

Классная работа 6 (решали 17.03).

ALG 1. Докажите, что для любого простого c и произвольных целых a и b верно, что $\left(\frac{ab}{c}\right) = \left(\frac{a}{c}\right) \left(\frac{b}{c}\right)$.

ALG 2. Пусть b — простое целое число, $a < b$ — целое число и $\pi_a: x \rightarrow ax \pmod b$ — некоторая перестановка на множестве $\{0, \dots, b-1\}$. Докажите, что $\text{sign}(\pi) = \left(\frac{a}{b}\right)$. Подсказка: рассмотрите многочлен $A(x_1, \dots, x_b) = \prod_{i < j} (x_i - x_j)$.

ALG 3. Вычислите:

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$;

(б) $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}^n$;

(в) $\begin{pmatrix} x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{pmatrix}$.