Домашняя работа 3 (на 03.03).

$\boxed{\textbf{ALG 1.}}$ Пусть F — некоторое поле, докажите, что $F[x, y]$ не является кольцом главных идеалов.

$\boxed{\textbf{ALG 2.}}$ Пусть n — некоторое натуральное число. Докажите, что для любого $a \in \mathbb{N}$ верно, что идеалы (a) и $(\text{НОД}(a, n))$ в кольце $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ равны.

$\boxed{\textbf{ALG 3.}}$ Пусть $t \in \mathbb{Z}$ — не является квадратом и $p \in \mathbb{Z}$ – простое число; докажите, что p приводимо в кольце $Z[\sqrt{t}]$, если и только если существует $r \in \mathbb{Z}[\sqrt{t}]$ такое, что $p = \nu(r)$, где $\nu(a + b\sqrt{t}) = |a^2 - b^2 t|$.