

Классная работа 4 (решали 10.03).

**ALG 1.** Докажите, что подкольцо  $\mathbb{Z}[\sqrt[3]{3}] = \{a + b\sqrt[3]{3} + c\sqrt[3]{9} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}\}$  поля  $\mathbb{C}$  изоморфно  $\mathbb{Z}[x]/(x^3 - 3)$ .

**ALG 2.** Докажите, что если  $f \in \mathbb{Z}[x]$  — неприводим в  $\mathbb{Z}[x]$ , то  $f$  — неприводим в  $\mathbb{Q}[x]$ .

**ALG 3.** Докажите, что если существует простое  $p$  такое, что

1.  $a_n$  не делится на  $p$ ,
2.  $a_i$  делится на  $p$  для всех  $0 \leq i < n$ ,
3. и  $a_0$  не делится на  $p^2$ ,

то  $\sum_{i=0}^n a_i x^i$  — неприводимый многочлен.

**ALG 4.** Докажите, что  $x^5 + 6x + 10$  — неприводим в  $\mathbb{Z}[x]$ .