

Домашнее задание 2 (на 17.03).

Необходимо набрать 6 баллов.

СОМВ 1. (1 балл) Доказать, что количество разбиений n на слагаемые, каждое из которых повторяется не более трёх раз, совпадает с количеством разбиений n , в которых повторяться могут только нечётные слагаемые.

СОМВ 2. (2 балла) Доказать с помощью формулы $\sum_{k=1}^n p_k(n) = p(n)$, рекуррентное соотношение $p_k(n) = p_{k-1}(n-1) + p_k(n-k)$ для чисел $p_k(n)$.

СОМВ 3. (2 балла) С использованием диаграмм Ферре показать, что количество разбиений числа $2n + m$ на ровно $n + m$ слагаемых одинаково при любом $m \geq 0$. Сосчитать это количество разбиений.

СОМВ 4. (1 балл) С использованием диаграмм Ферре показать, что количество разбиений четного числа n на четные слагаемые равно количеству разбиений, в котором любое из чисел (т.е. частей разбиений) входит четное число раз.

СОМВ 5. (1 балл) Доказать, что $p(1) + p(2) + \dots + p(n) < p(2n)$ при $n \geq 1$.

СОМВ 6. (1,5 балла) Выразить количество разбиений, в которых две наибольших части равны между собой, через числа $p(n)$ и $p(n-1)$.

СОМВ 7. (2 балла) Выразить через $p(n)$, $p(n-1)$, $p(n-2)$ и $p(n-3)$ количество разбиений, в которых равны три наибольшие части.