Практика 2 (решали 19.02).

$\boxed{\textbf{COMB 1.}}$ (1,5 балла) Доказать формулу

$$D_n = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i} (n-i)! = n! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!}\right). \tag{1}$$

для чисел D_n с использованием принципа включений-исключений.
$\boxed{\textbf{COMB 2.}}$ (1,5 балла) Дать комбинаторное доказательство рекуррентного соотношения

$$D_{n+1} = n\,(D_n + D_{n-1}) \quad \forall\ n > 1; \qquad\qquad D_0 = 1, \quad D_1 = 0. \tag{2}$$

$\boxed{\textbf{COMB 3.}}$ (1,5 балла) Доказать, что D_n есть ближайшее к $\frac{n!}{e}$ целое число при $n \geq 1$.
$\boxed{\textbf{COMB 4.}}$ (1,5 балла) Сосчитать количество чисел, состоящих из n цифр, таких, что все цифры нечетные, а цифры 1 и 3 присутствуют в числе не менее одного раза.
$\boxed{\textbf{COMB 5.}}$ (1,5 балла) Определить количество способов размещения n гостей по трем различным столам при условии, что за первым столом должен сидеть хотя бы один гость, за вторым столом должно сидеть только нечетное, а за третьим — четное число гостей.
$\boxed{\textbf{COMB 6.}}$ (1,5 балла) Хорошо известно, что любое число можно единственным образом записать в двоичной системе счисления. Дать комбинаторное доказательство данного факта на языке производящих функций.
$\boxed{\textbf{COMB 7.}}$ (1,5 балла) Семестровый курс состоит из n занятий. Преподаватель хочет разделить курс на три последовательных части, и в каждой из них разбить занятия на лекции и практики, причём так, чтобы число практик было в первой части произвольное, во второй — нечётное, а в третьей — чётное. Сколько существует способов совершить эти действия?