

Практика 8 (решали 01.04).

**СОМВ 1.** (1 балл) Докажите, что  $c_4 = b_4 a_1^4 + b_3 6a_1^2 a_2 + b_2(3a_2^2 + 4a_1 a_3) + b_1 a_4$ , где  $H(z) = G(F(z))$ ,  $H(z) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \frac{z^i}{i!}$ ,  $G(z) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i \frac{z^i}{i!}$  и  $F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \frac{z^i}{i}$ .

**СОМВ 2.** (1 балл) Числа Лаха описывают количество способов разбить  $n$  различных объектов на  $k$  непустых блока, а затем линейно упорядочить элементы в каждом блоке. Показать, что числа Лаха рассчитываются по формуле  $L_{n,k} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!} \binom{n}{k}$  при помощи построения  $H(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \sum_{k=0}^n t^k L_{n,k}$ .

**СОМВ 3.** (1 балл) Получить формулу  $c(n+1, k) = nc(n, k) + c(n, k-1)$ .

**СОМВ 4.** (1 балл) Найти производящую функцию для числа перестановок таких, что их  $r$ -ая степень равна тождественной перестановке.

**СОМВ 5.** (1 балл) Найти производящую функцию числа перестановок только с нечетными циклами.